教科:<u>数学</u>科目:数学Ⅱ 作成様式 学習指導要領 新宿山吹高校 学力スタンダード ア 式と証明 3次式の展開の公式を利用できる。 (1)(ア) 整式の乗法・除法、分数式の計算 3次式の因数分解の公式を利用できる。 11 三次の乗法公式及び因数分解の公式を理解し、そ ろ 11 れらを用いて式の展開や因数分解をすること。また、 例 ろ 整式の除法や分数式の四則計算について理解し、簡 次の式を展開せよ。 な 単な場合について計算をすること。 $(x+1)^3$ 次の式を因数分解せよ。 $x^3 + 8$ 割り算の等式を理解し、利用することができる。 整式 $2x^3+5x^2-6x+3$ を整式Bで割ると、 商が2x-1, 余りがx+1である。Bを求めよ。 二項定理の導き方を理解し、二項定理を利用して、展 開式やその項の係数を求めることができる。 例 次の式の展開式における,[]内に 指定された項の係数を求めよ。 $(2x+3)^6 [x^2]$ 分数式の約分, 四則計算ができる。 例 次の式を計算せよ。 (1) $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - x} \times \frac{x^2 - 2x}{x^2 + x - 6}$ $(2) \quad \frac{9x^2 - 4y^2}{6x^2 + xy - 2y^2} \div \frac{6x^2 - xy - 2y^2}{4x^2 - 4xy + y^2}$ (3) $\frac{x-3}{x^2+3x+2} - \frac{x-4}{x^2+2x+1}$ $(4) \quad \frac{2}{4x^2 - 1} + \frac{3x}{2x^2 - x - 1}$

学習指導要領

新宿山吹高校 学力スタンダード

(イ) 等式と不等式の証明

等式や不等式が成り立つことを、それらの基本的な性質や実数の性質などを用いて証明すること。

例

等式 $\frac{2x-1}{(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2}$ が x についての 恒等式となるように、定数 a, b の値を定めよ。

恒等式 A=B の証明を、適切な方法で行うことができる。

例

次の等式を証明せよ。

恒等式の性質を理解している。

(1)
$$x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

(2)
$$(a^2-b^2)(x^2-y^2)=(ax+by)^2-(ay+bx)^2$$

相加平均・相乗平均の大小関係を利用して,不等式を 証明することができる。

ឲ

次の不等式を証明せよ。

また、等号が成り立つのはどのようなときか。 ただし、a, b, c, d は正の数とする。

$$(1) \quad 2a + \frac{3}{a} \ge 2\sqrt{6}$$

$$(2) \quad \left(\frac{b}{a} + \frac{d}{c}\right) \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \ge 4$$

与えられた条件式の利用方法を考え,等式を証明する ことができる。

例

a+b+c=0 のとき、次の等式が成り立つことを証明せよ。

(1)
$$a^2 - bc = b^2 - ac$$

(2)
$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 0$$

学習指導要領

イ 高次方程式

(ア) 複素数と二次方程式

数を複素数まで拡張する意義を理解し、複素数の 四則計算をすること。また、二次方程式の解の種類 の判別及び解と係数の関係について理解すること。

新宿山吹高校 学力スタンダード

複素数、複素数の相等の定義を理解している。

例

次の等式を満たす

実数x,yの値を求めよ。

$$(x+3)+(x-y)i=0$$

複素数の四則計算ができる。

例

次の式を計算せよ。

$$(1) (7+3i)+(3-4i)$$

$$(2)$$
 $(2-i)-(5-2i)$

(3)
$$(2+3i)(3-2i)$$

$$(4) (1-3i)^2$$

$$(5) (4+3i)(4-3i)$$

(6)
$$i^3$$

判別式を利用して、2次方程式の解を判別することができる。

例

m は定数とする。次の2次方程式の

解の種類を判別せよ。

$$x^2 + (m+1)x + m^2 = 0$$

解と係数の関係を使って、対称式の値や2次方程式の 係数を求めることができる。

例

次方程式 $x^2 - 3x - 1 = 0$ の 2 つの解を

 α , β とするとき, 次の式の値を求めよ。

(1)
$$\alpha^3 + \beta^3$$

(2)
$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$$

$$(3) \quad (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta})^2$$

	学習指導要領	新宿山吹高校 学力スタンダード
因数定理について理解し、簡単な高次方程式の解を、因数定理などを用いて求めること。	(イ) 因数定理と高次方程式 因数定理について理解し、簡単な高次方程式の解	 剰余の定理を利用して、整式を1次式や2次式で割ったときの余りを求めることができる。 例 整式 P(x) を x-3 で割ると余りが -11, x+2 で割ると余りが4である。P(x) を x²-x-6 で割ったときの余りを求めよ。 因数分解や因数定理を利用することにより、高次方程式を解くことができる。 例

	学習指導要領	新宿山吹高校 学力スタンダード
(2) 図形と方程式	ア 直線と円 (ア) 点と直線 座標を用いて、平面上の線分を内分する点、外分する点の位置や二点間の距離を表すこと。また、座標平面上の直線を方程式で表し、それを二直線の位置関係などの考察に活用すること。	 ・数直線上や座標平面上の2点間の距離を求めることができる。 例 2点A(-1,3),B(4,-2)から等距離にある x 軸上の点 P の座標を求めよ。
		 ・点対称な点の座標を求めることができる。 例 点 A(3, 1) に関して, 点 P(-2, 5) と 対称な点 Q の座標を求めよ。
		 ・重心の座標を求める公式を証明に活用できる。 例
		 ・二直線の垂直条件を用いて、ある直線に関して対称な点の座標を求めることができる。 例 次の直線 3x-2y+12=0 に関して、 点 A(-3, 5) と対称な点の座標を求めよ。

教科:<u>数学</u>科目:<u>数学Ⅱ</u>

	学習指導要領	新宿山吹高校 学力スタンダード
(イ) 円の方程式 座標平面上の円を方程式で表し、それを円と直線 の位置関係などの考察に活用すること。	 ・3点が同一直線上にある条件について考察できる。 例 次の3点(1, 4), (-1, t), (t, 2)が一直線上にあるとき, tの値を求めよ。 	
	 ・点と直線との距離を、公式を用いて求められる。 例 次の直線 4x+3y=2 と、原点および点(1,2)との距離を、それぞれ求めよ。 	
	標平面上の円を方程式で表し、それを円と直線	 ・3点を通る円の方程式を求めることができる。 例 3点A(1, 1), B(2, -1), C(3, 2) を 通る円の方程式を求めよ。
		 ・円と直線の共有点について考察できる。 例 次の円と直線の位置関係を調べよ。 また、共有点があるときは、その座標を求めよ。 x²+y²=1, x-y=1

学習指導要領	新宿山吹高校 学力スタンダード
	 ・2つの円の位置関係について、2つの円の中心の距離と2つの円の半径との和や差から考察できる。 例 次の2円が接するとき、定数rの値を求めよ。ただし、r>0とする。 (x+1)²+(y-2)²=4、(x-3)²+(y+1)²=r²
	 ・円の外部から引いた円の接線の方程式を求めることができる。 例 次の点を通り、与えられた円に接する直線の方程式と、接点の座標を求めよ。 点(5, 1)、x²+y²=13
イ 軌跡と領域 ・ 軌跡について理解し、簡単な場合について、不等式の 求めること。また、簡単な場合について、不等式の 表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすること。	

学習指導要領	新宿山吹高校 学力スタンダード
	 ・動点に伴って動く点の軌跡を求めることができる。 例 点 A (5, 0) と円 (x+1)²+ y²=16 上の 点 Q を結ぶ線分 AQ の中点 Pの軌跡を 求めよ。
	・不等式や連立不等式の表す領域を図示することができる。 例 次の不等式の表す領域を図示せよ。 (1) $x^2 + y^2 > 9$ (2) $\begin{cases} 2y - 3x > 6 \\ x^2 + y^2 < 9 \end{cases}$
	・不等式の満たす条件から、 x,y で表された 1 次式の値の最大値・最小値を求めることができる。 例 4 つの不等式 $x \ge 0, y \ge 0, 2x + y \le 5, x + 3y \le 6$ 満たす x, y の値に対して、 $x + y$ の 最大値・最小値を求めよ。

新宿山吹高校 学力スタンダード 学習指導要領 (3)・指数法則や累乗根の性質を利用して、2重根号をはずしたり、 ア指数関数 指 (ア) 指数の拡張 累乗の異なる数の乗法や除法、同じ累乗根の加法や減法の計算 数 指数を正の整数から有理数へ拡張する意 できる。 関 義を理解すること。 数 (例) 次の計算をせよ。 夶 $(1) a^2 \div a^5$ 数 $(2)\sqrt[5]{32}$ 関 $(3)\sqrt[3]{729}$ 数 $\left(4)\,25^{\,-\frac{3}{2}}\right.$ $(5)\sqrt{a} \div \sqrt[6]{a} \times \sqrt[3]{a^2}$ (イ) 指数関数とそのグラフ ・指数関数の特徴を踏まえ、様々の形の指数関数のグラフがか 指数関数とそのグラフの特徴について理 ける。 解し、 それらを事象の考察に活用すること。 (例) 次の関数のグラフをかけ。 $(1) y = 2^{x-1}$ $(2) y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ・指数が有理数の範囲まで拡張された数や累乗根の大小関係に ついて求めることができる。 (例) 次の数の大小を不等号を用いて表せ。 $(1)\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{9}$, $\sqrt[7]{27}$ $(2)\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$, $\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$ ・いろいろな指数方程式、指数不等式を様々な形に帰着してと くことができる。 (例) 次の方程式、不等式を解け。 $(1) 3^{2x-1} = 243$ $(2) \cdot 2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ $(3) 2^{x-1} \le 8$ $\left| (4) \left(\frac{1}{3} \right)^{2x-1} + 5 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^x - 2 < 0 \right|$

学習指導要領	新宿山吹高校 学力スタンダード
イ 対数関数	・対数の性質を用いて、四則計算ができる。
(ア) 対数	(例) 次の式を簡単にせよ。
対数の意味とその基本的な性質について	$(1) \log_{\frac{1}{2}} 27$
理解し、簡単な対数の計算をすること。	
	$(2)4\log_2\sqrt{2} + \frac{1}{2}\log_23 - \log_2\frac{\sqrt{3}}{2}$
	$(3) \log_2 3 \cdot \log_3 8$
(イ) 対数関数とそのグラフ 対数関数とそのグラフの特徴について理	・対数関数のグラフの特徴を踏まえ、様々な形の対数関数のグラフがかける。
解し、それらを事象の考察に活用するこ	(例) 次の対数関数のグラフをかけ。
と。	
	$\begin{vmatrix} (2) & y = \log_{\frac{1}{2}} x - 2 \end{vmatrix}$
	- めか描述が対象の十小間でが立められて
	・やや複雑な対数の大小関係が求められる。 (例) 次の数の大小を不等号を用いて表せ。
	$\log_{\frac{1}{2}} 3$, $\log_{\frac{1}{4}} 5$, -2
	$\left[\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
	・二つ以上の対数を含む対数方程式、対数不等式を解くことが
	できる。
	例)次の方程式、不等式を解け。
	$(1) \log_4(2x-1) = 2\log_4 3 - \log_4(x+3)$
	$(2) \log_2(1-x) + \log_2(3-x) < 1 + \log_2 3$
	・常用対数を用いて、自然数の桁数や小数第何位に0でない数
	が現れるかなどを求められる。
	(例1)次の数は何桁の整数か。
	ただし, $\log_{10}2 = 0.3010$, $\log_{10}3 = 0.4771$ とする。
	$(1) 2^{40} (2) 18^{30}$
	(例2) 次の数を小数で表したとき,
	小数第何位に初めて0でない数字が現れるか。
	ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。
	$(1)\left(\frac{1}{2}\right)^{50} \qquad (2) \ 0.2^{30}$

学習指導要領 ○○高校 学力スタンダード ア 角の拡張 (4)三 角の概念を一般角まで拡張する意義や弧度法によ 角 る角度の表し方について理解すること。 ・扇形の面積や周の長さに関して考察できる。 関 半径2の円 O_1 と半径 $\sqrt{2}$ の円 O_2 が2点A, B数 で交わり、 $\angle AO_1O_2 = \frac{\pi}{6}$ 、 $\angle AO_2O_1 = \frac{\pi}{4}$ で (1) 扇形 O₁AB(ただし,小さい方)の弧の長さ と面積を求めよ。 (2) 2円O₁, O₂の重なり合う部分の周の長さ と面積を求めよ。 イ 三角関数 ・三角関数のグラフをかくことができる。 (ア) 三角関数とそのグラフ 次の関数のグラフをかけ。また、その周期をいえ。 (1) $y = \sin \theta + 1$ (2) $y = 3\cos\theta$ 三角関数とそのグラフの特徴について理解するこ (4) $y = \tan \frac{\theta}{3}$ (3) $y = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ と。 (イ) 三角関数の基本的な性質 ・公式を活用して証明することができる。 三角関数について、相互関係などの基本的な性質 次の等式を証明せよ。 (1) $(1 + \sin \theta + \cos \theta)^2 + (1 + \sin \theta - \cos \theta)^2 = 4(1 + \sin \theta)$ を理解すること。 (2) $\frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = \frac{1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta}$ ・三角関数を含む方程式、不等式の解を求めたり、三 角関数の最大や最小について考察できる。 (例1) $0 \le \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式を解け。 (1) $2\sin^2\theta + \sin\theta = 0$ $(2) \quad 2\sin^2\theta - 3\cos\theta = 0$ (3) $\sqrt{3}\tan^2\theta + 4\tan\theta + \sqrt{3} = 0$ (例2) $0 \le \theta < 2\pi$ のとき、次の不等式を解け。 (1) $2\cos^2\theta < 5\cos\theta + 3$ $(2) \quad 2\cos^2\theta \le \sin\theta + 1$ (例3) 次の関数の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。 $(1) \quad y = 3\sin\theta - 1 \quad (0 \le \theta < 2\pi)$ (2) $y = \sin^2 \theta - 4\cos \theta + 1$ $(0 \le \theta < 2\pi)$

(3) $y=2\tan^2\theta+4\tan\theta+7$ $(0\leq\theta<2\pi)$

学習指導要領 ○○高校 学力スタンダード ・加法定理を理解し、活用できる。 ウ 三角関数の加法定理 三角関数の加法定理を理解し、それを用いて2倍 (例1) 角の公式を導くこと。 α は鋭角、 β は鈍角とする。次の式の値を求めよ。 (1) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = -\frac{2}{5}$ $\emptyset \ge 3$ $\sin(\alpha - \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$ (2) $\tan \alpha = 1$, $\tan \beta = -2 \mathcal{O}$ \succeq \div $\tan (\alpha + \beta)$, $\tan (\alpha - \beta)$ (例2) 次の2直線のなす角 θ を求めよ。ただし、 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ とする。 (1) $y = \frac{3}{2}x$, y = -5x (2) y = 2x, 3x + y - 2 = 0・加法定理から導き出されたさまざまな公式を活用で きる。 0≦x< 2π のとき,次の方程式,不等式を解け。 $(1) \quad \sin 2x = \cos x$ $(2) \quad 2\cos 2x + 8\sin x - 5 \leq 0$ ・三角関数の合成を用いて、方程式や不等式を解くこ とができる。 0≤x< 2π のとき,次の方程式,不等式を解け。 $(1) \quad \sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $(2) \quad \cos x \le \sqrt{3} \sin x$

微 分 積 分 \mathcal{O} 考 え

ア 微分の考え (5)

(ア) 微分係数と導関数

微分係数や導関数の意味について理解し、関数 の定数倍、和及び差の導関数を求めること。

・3次までの整式で表された関数について、平均変化率や 極限を利用して微分係数や導関数を求めることができる。

(例) 定義に従って、次の関数の導関数を求めよ。

$$f(x) = 2x^2 + x$$

・微分係数の値等の与えられた条件からその関数を決定す ることができる。

(例)次の条件をすべて満たす2次関数を求めよ。

$$f(2) = 6$$
, $f'(0) = 2$, $f'(1) = 4$

・x以外の変数を含む場合の導関数を求めることができ

(例) 半径 r の球の表面積 S と体積 V をそれぞれ r の関数と 考え、SとVをrで微分せよ。

・与えられた点からの接線の方程式と接点の座標を求め

(例)次の放物線に与えられた点から引いた接線の方程式 とその接点の座標を求めよ。

$$y = x^2 - x + 3$$
 (1, -1)

・文字定数を含む2次や3次の関数について、増減や極値 を調べる等の考察ができる。

(例)

a を定数とする。次の各場合に

$$y = x(x-a)^2$$

の極値を調べよ。

$$(1)$$
 $a < 0$

$$(1) \quad a < 0 \qquad (2) \quad a > 0$$

(イ) 導関数の応用

導関数を用いて関数の値の増減や極大・極小を 調べ、グラフの概形をかくこと。また、微分の考 えを事象の考察に活用すること。 ・具体的な事象の考察を微分の考え方を用いることができる。

(例)

半径 * の球に内接する直円柱のうちで、体積が最も 大きいものの底面の半径、高さ、およびそのときの 体積を求めよ。

・3 次関数の極値や極値をとるときのxの値から、その関数を決定することができる。

(例)

関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ が極値をもつ ための、定数 a, b, c に関する条件を求めよ。

・関数の増減を調べたりグラフをかいたりし、3次方程式の実数解の個数を求めたり、不等式を証明することができる。

(例)

3次方程式 $x^3 - 12x - a = 0$ が異なる 3 個の実数解をもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。

イ 積分の考え

(ア) 不定積分と定積分

不定積分及び定積分の意味について理解し、関数の定数倍、和及び差の不定積分や定積分を求めること。

・関数や積分区間に文字定数を含む定積分の計算ができたり、定積分の様々な性質を利用して効率よく計算することができる。また、

$$\int_{a}^{x} f(t) dt$$

の導関数が f(x)であることを理解する。

(例)次の定積分を求めよ。

$$\int_{0}^{1} (3x^{2} - 1) dx + \int_{1}^{2} (3x^{2} - 1) dx$$

(イ) 面積

定積分を用いて直線や関数のグラフで囲まれ た図形の面積を求めること。 ・放物線や直線で囲まれた部分の面積を求めることができる。

(例)

次の曲線や直線で囲まれた図形の面積Sを求めよ。

- (1) y=x, $y=4x-x^2$
- (2) $y = x^2 4$, $y = -x^2 + 2x$